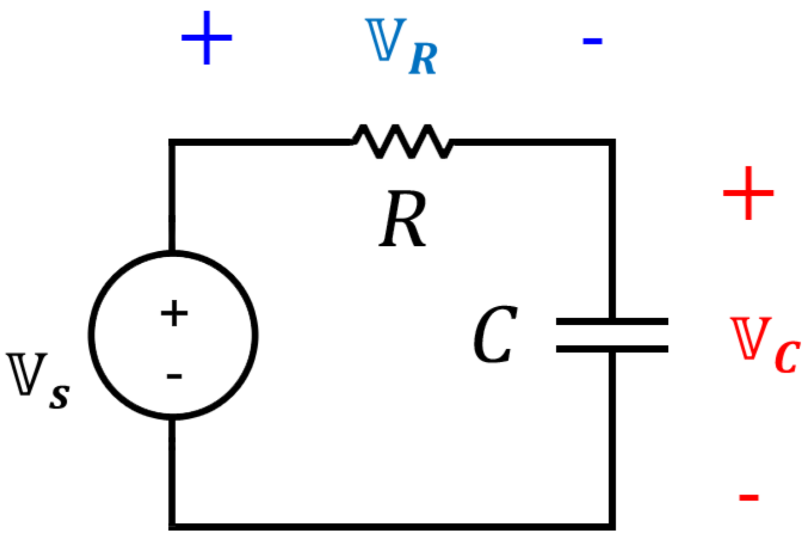
# Aula 25

**Revisão P3**

# Circuitos Elétricos I

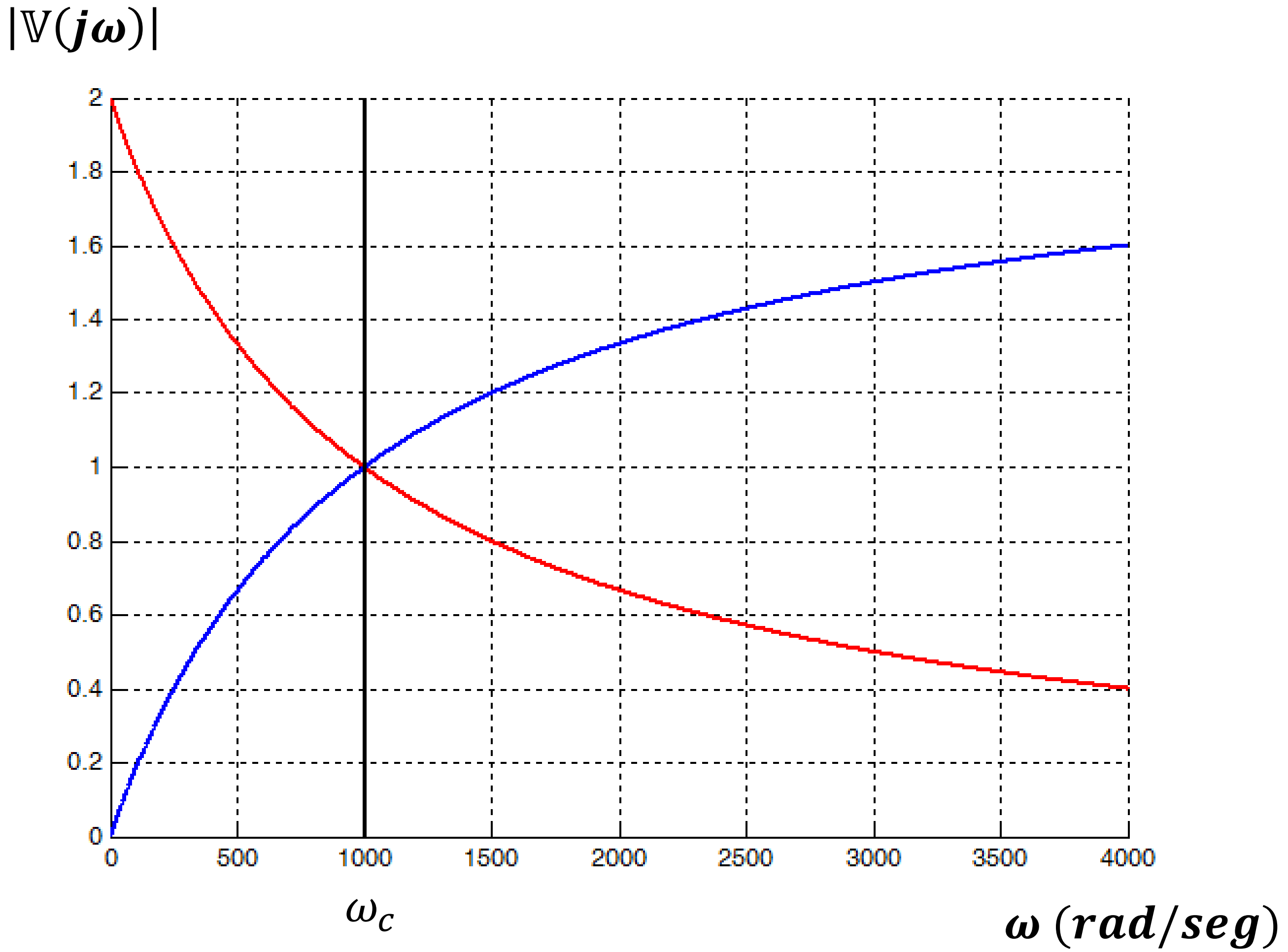
Prof. Henrique Amorim - UNIFESP - ICT

# Frequência de corte

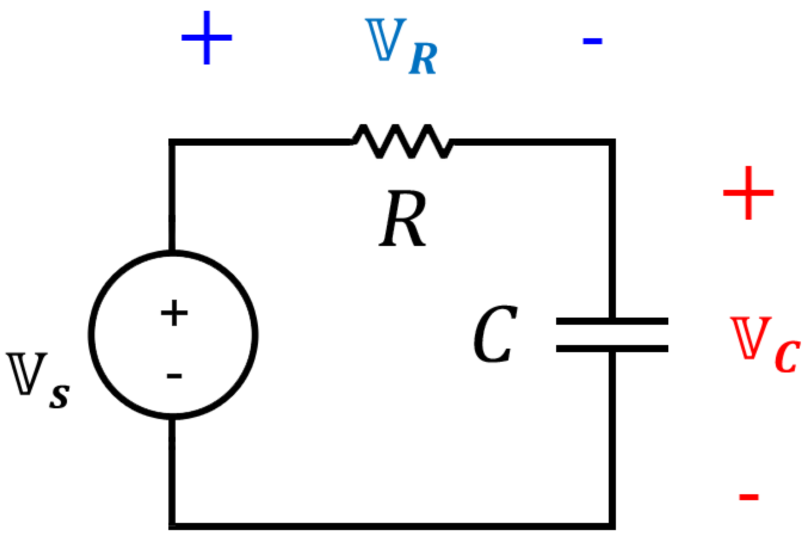



$$Vs(t) = 2 \cdot \cos(\omega t + 0^o)\, V$$

$C = 1\mu F$ $\qquad$ $R = 1K\Omega$



# Frequência de corte




$$Vs(t) = 2 \cdot \cos(\omega t + 0^o)\, V$$

$$C = 1\mu F \qquad R = 1K\Omega$$

$$\mathbb{V}_C = \mathbb{V}_S \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \mathbb{V}_S \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

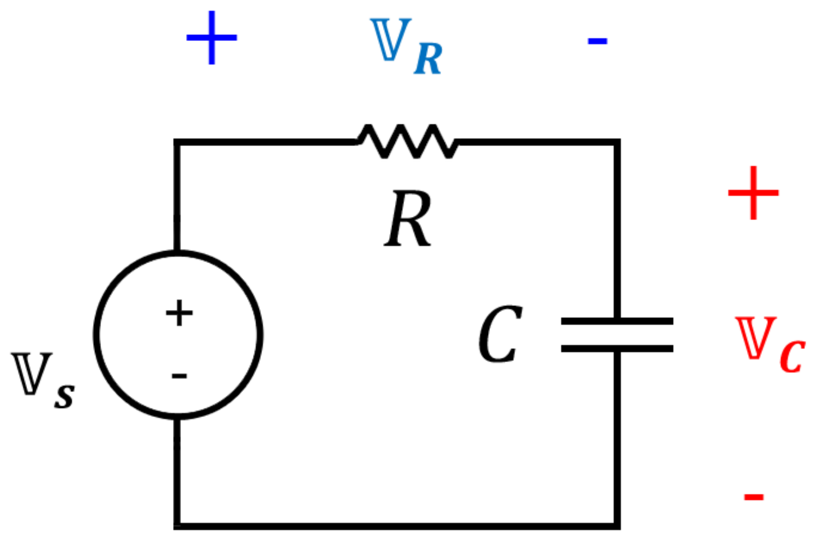
$$\mathbb{V}_R = \mathbb{V}_S \cdot \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \mathbb{V}_S \cdot \frac{j\omega \mathrm{RC}}{1 + j\omega RC}$$

$$\mathbb{V}_{\boldsymbol{R}} = \mathbb{V}_{\boldsymbol{C}}$$

$$\mathbb{V}_S \cdot \frac{1}{1 + j\omega_C RC} = \mathbb{V}_S \cdot \frac{j\omega_C \mathrm{RC}}{1 + j\omega_C RC}$$

$$\omega_C = \frac{1}{RC}$$

# Frequência de corte




$$Vs(t) = 2 \cdot \cos(\omega t + 0^o)\,V$$

$C = 1\mu F$ $\qquad$ $R = 1K\Omega$

Considerando que o circuito está operando sob uma frequência igual a frequência de corte, temos a seguinte magnitude de sinal:

$$\mathbb{V}_C = \mathbb{V}_s \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\boxed{\omega = \omega_c = \frac{1}{RC}}$$

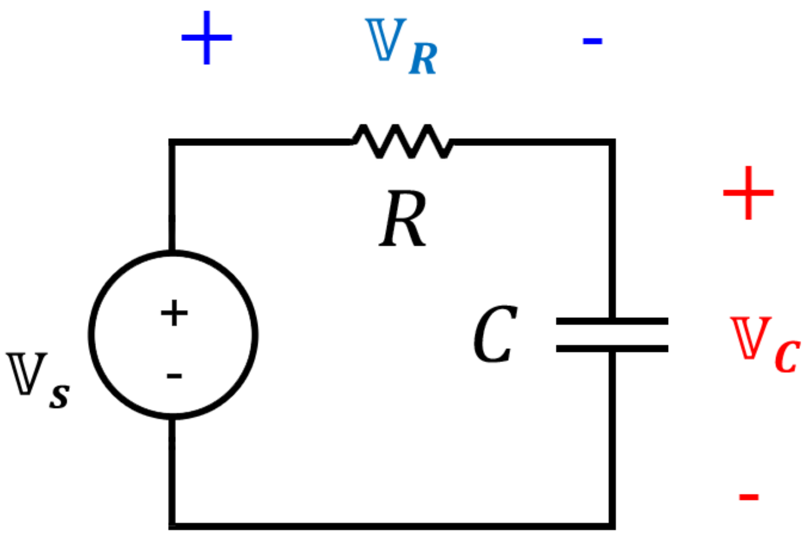
$$|H(j\omega_c)| = \left|\frac{\mathbb{V}_S}{\mathbb{V}_C}\right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\angle H(j\omega_c) = 0^o - atan(\omega_c RC) = -45^o$$

$$\boldsymbol{H(j\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{2}}\angle - 45^o}$$

$$\boldsymbol{Vc(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\omega t - 45^o)\,V}$$

# Frequência de corte




$$Vs(t) = 2 \cdot \cos(\omega t + 0^o)\, V$$

$C = 1\mu F$ $\quad$ $R = 1K\Omega$

Considerando que o circuito está operando sob uma frequência igual a frequência de corte, temos a seguinte magnitude de sinal:

$$\mathbb{V}_R = \mathbb{V}_s \cdot \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$$

$$\boxed{\omega = \omega_c = \frac{1}{RC}}$$

$$|H(j\omega_c)| = \left|\frac{\mathbb{V}_S}{\mathbb{V}_R}\right| = \frac{\omega_c RC}{\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

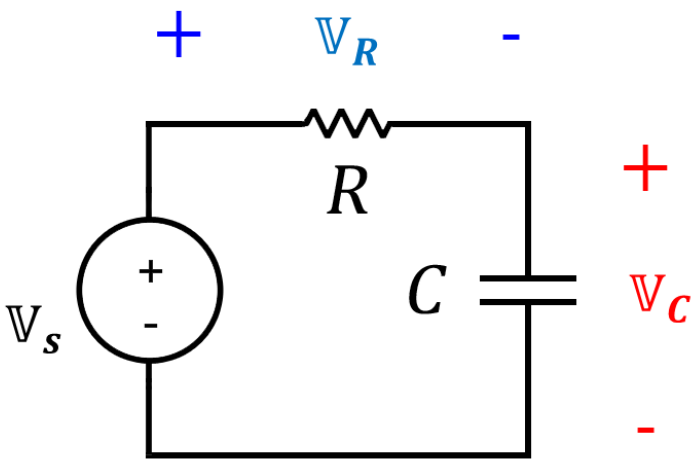
$$\angle H(j\omega_c) = 90^o - atan(\omega_c RC) = 45^o$$

$$\boldsymbol{H(j\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{2}} \angle 45^o}$$

$$\boldsymbol{V_R(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\omega t + 45^o)\, V}$$

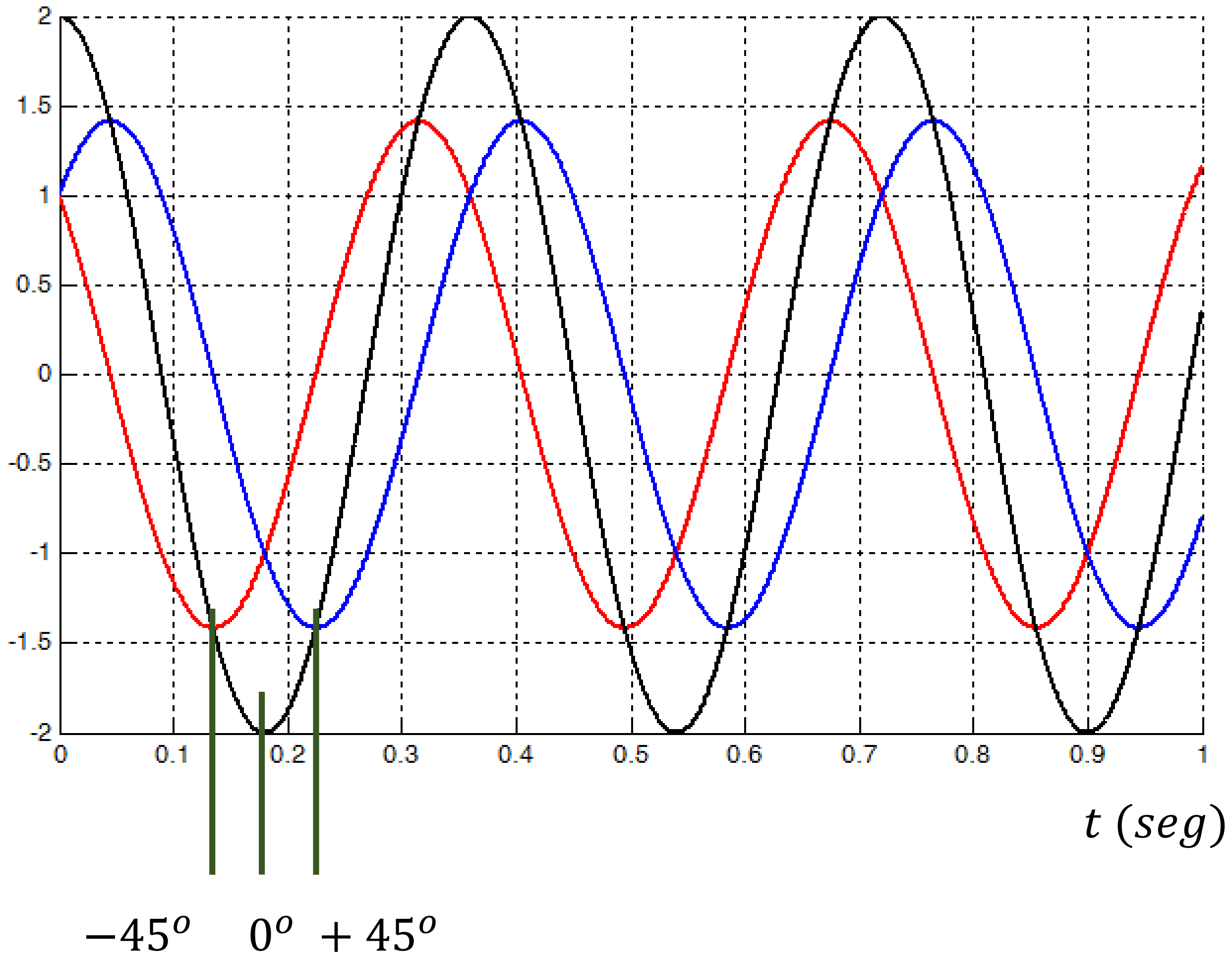
# Frequência de corte

O traçado preto representa a soma das respostas de tensão do capacitor e do resistor. O mesmo traçado também representa a tensão da fonte, respeitando a **LKT**.

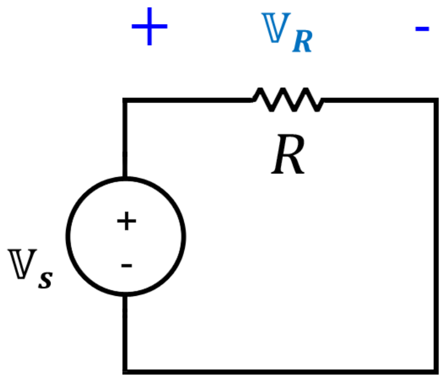


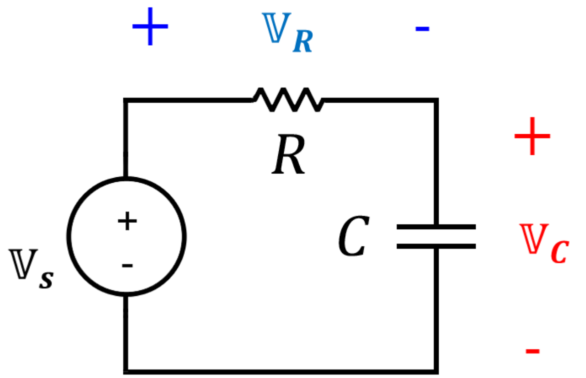

$$Vs(t) = 2 \cdot \cos(\omega t + 0^o)\, V$$

$C = 1\mu F$ $\qquad$ $R = 1K\Omega$



# Frequência de corte




$$P_{med_R} = \frac{V_R I_R}{2} \cdot \cos(\theta_v - \theta_i)$$

$$Vs(t) = 2 \cdot \cos(\omega t + 0^o)\, V$$

*Ausencia da impedância complexa*

$$|\mathbb{V}_s| = V_s \quad e \quad \theta_v = 0^o$$

$$|\mathbb{I}_s| = \frac{V_s}{R} \quad e \quad \theta_v = 0^o$$

$$P_{med_{V_s}} = \frac{V_s \cdot \frac{V_s}{R}}{2} \cdot \cos(0^o) = \frac{V_s^2}{2R}$$

$$se\ \omega = \omega_c$$

$$|\mathbb{V}_s| = V_s \quad e \quad \theta_v = 0^o$$

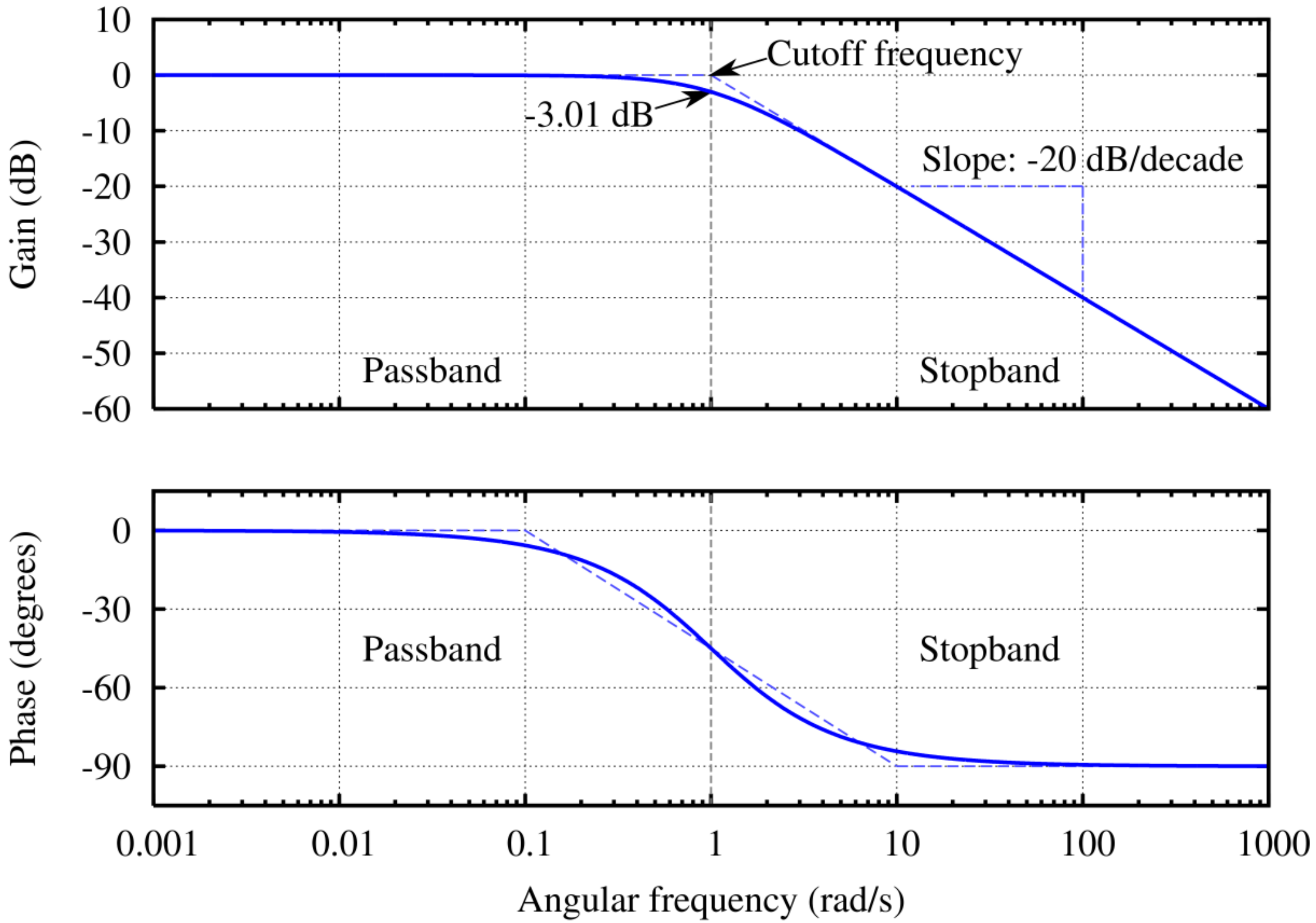
$$|\mathbb{I}_R| = \frac{V_S}{\sqrt{2} \cdot R} \quad e \quad \theta_i = 45^o$$

$$P_{med_{R2}} = \frac{V_s \cdot \frac{V_S}{\sqrt{2} \cdot R}}{2} \cdot \cos(-45^o) = \frac{V_s^2}{4R}$$

$$\boxed{\frac{P_{med_{R2}}}{P_{med_{R1}}} = \frac{\frac{V_s^2}{4R}}{\frac{V_s^2}{2R}} = 50\%}$$

A frequência de corte também é conhecida por frequência de meia potência

# Frequência de corte



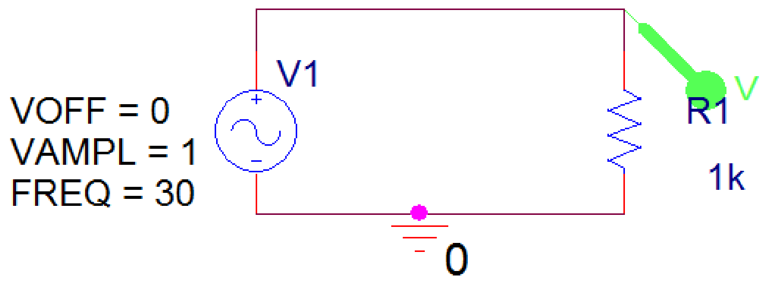

Analisando o gráfico em decibéis (gráfico logaritmo), fica mais evidente a resposta do filtro

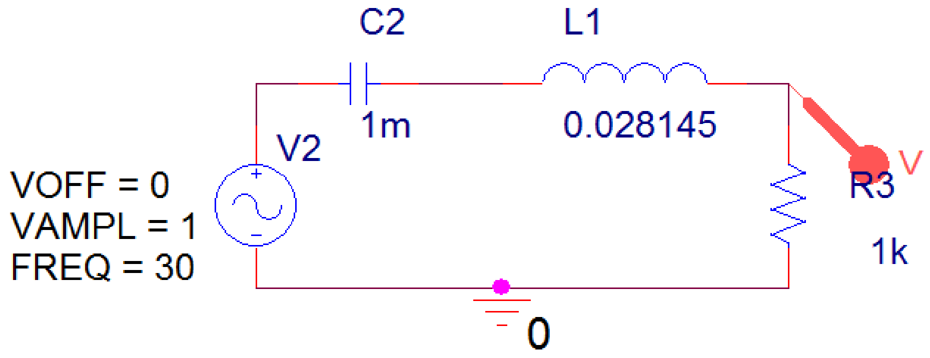
$$ganho = 20 \cdot \log_{10}(|H(j\omega)|)$$

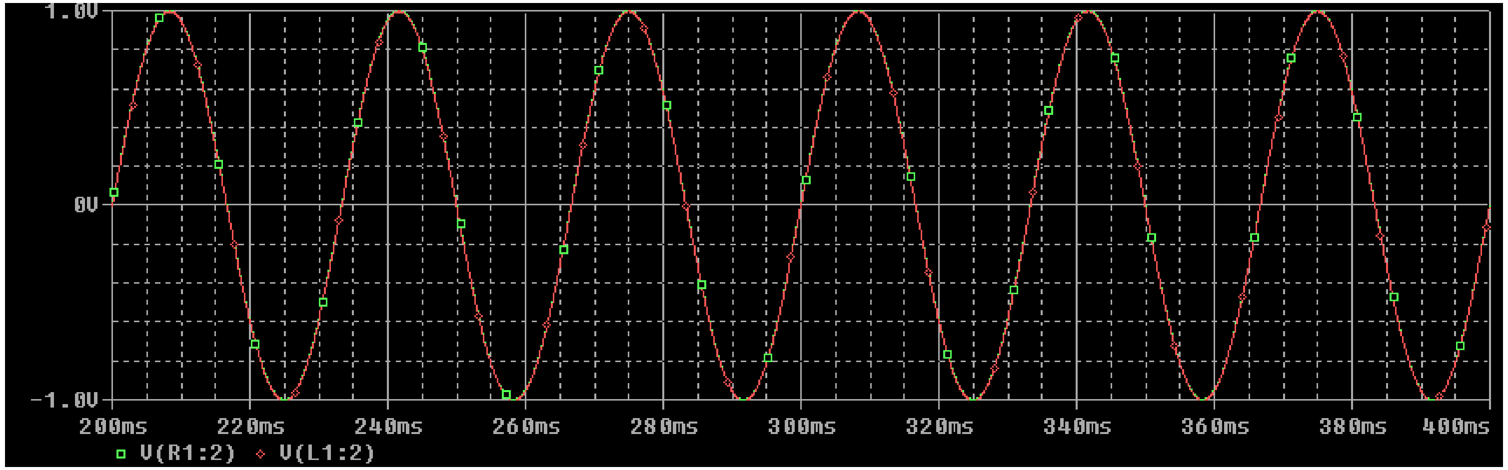
$$ganho = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -3{,}01$$

* Veremos detalhes desta representação em circuitos 2

# Frequência de ressonância




$$\omega_o = 2\pi f_o$$

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$30 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{LC}}$$

# Revisão

**TABLE 6.1** Important characteristics of the basic elements.†

| Relation | Resistor ($R$) | Capacitor ($C$) | Inductor ($L$) |
|---|---|---|---|
| $v$-$i$: | $v = iR$ | $v = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i\,dt + v(t_0)$ | $v = L\frac{di}{dt}$ |
| $i$-$v$: | $i = v/R$ | $i = C\frac{dv}{dt}$ | $i = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} i\,dt + i(t_0)$ |
| $p$ or $w$: | $p = i^2R = \frac{v^2}{R}$ | $w = \frac{1}{2}Cv^2$ | $w = \frac{1}{2}Li^2$ |
| Series: | $R_{eq} = R_1 + R_2$ | $C_{eq} = \frac{C_1C_2}{C_1 + C_2}$ | $L_{eq} = L_1 + L_2$ |
| Parallel: | $R_{eq} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$ | $C_{eq} = C_1 + C_2$ | $L_{eq} = \frac{L_1L_2}{L_1 + L_2}$ |
| At dc: | Same | Open circuit | Short circuit |
| Circuit variable that cannot change abruptly: | Not applicable | $v$ | $i$ |

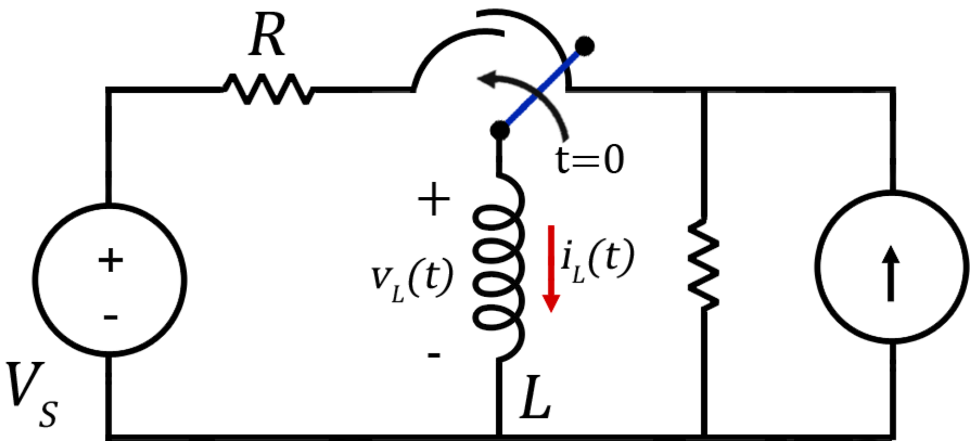
† *Passive sign convention is assumed.*

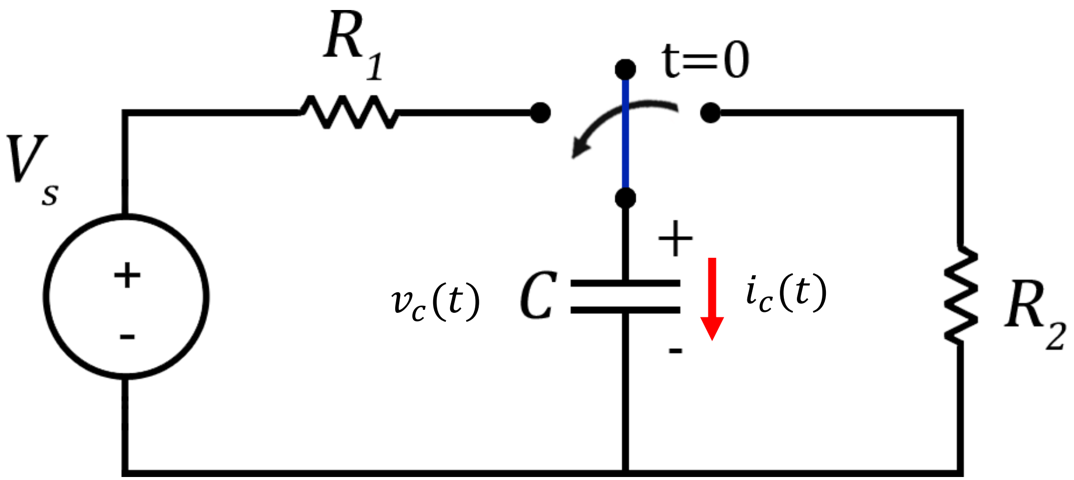
**Michael Faraday** (1791–1867)

**Joseph Henry** (1797–1878)

**Exercício:** Encontre as equações que regem o comportamento dos parâmetros abaixo.

$$\boldsymbol{x(t) = x(\infty) + (x(0) - x(\infty))e^{-\frac{(t-t_o)}{\tau}}}$$




$i_L(t) =?$

$v_L(t) =?$

$i_c(t) =?$

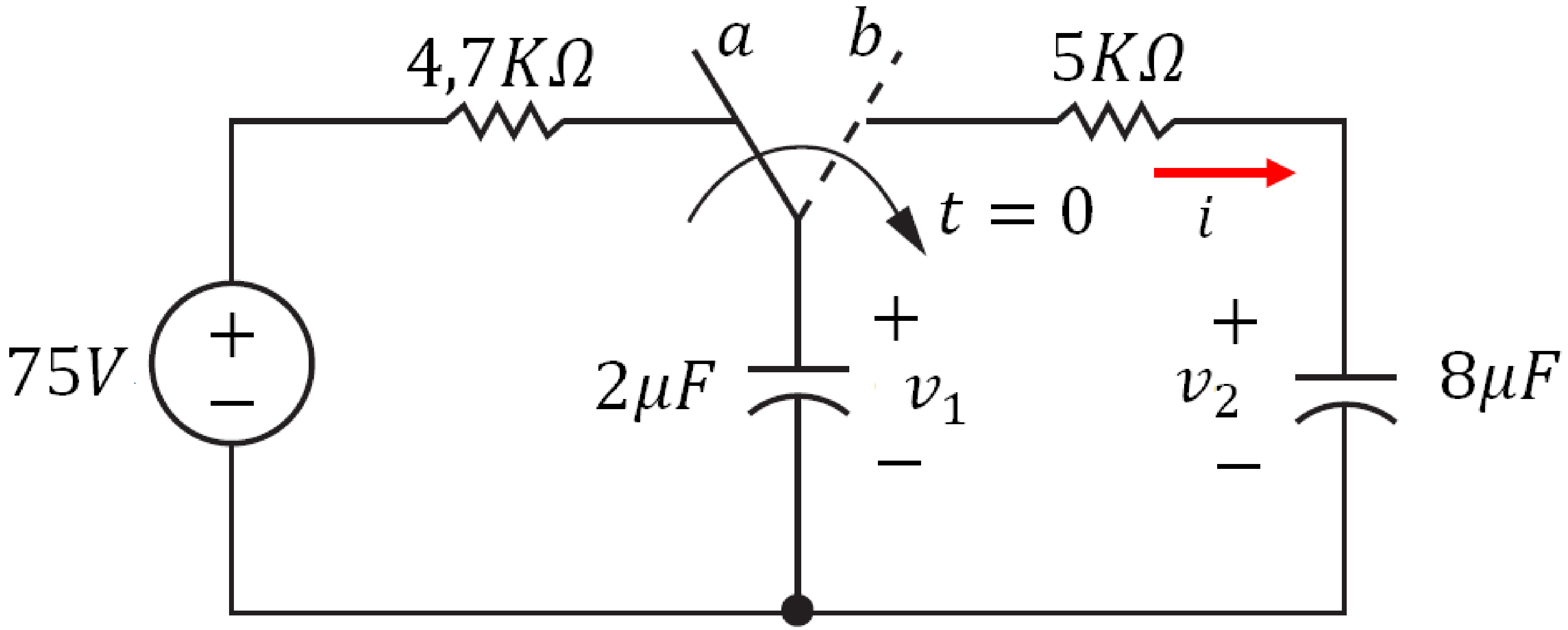
$v_c(t) =?$

**Exercício:** A chave no circuito abaixo esteve na posição a por um longo tempo e $v_2 = 0V$. Em $t = 0$, a chave é posicionada em b. Calcule:

a) Determine $i, v_1$ $e$ $v_2$ para $t \geq 0^+$

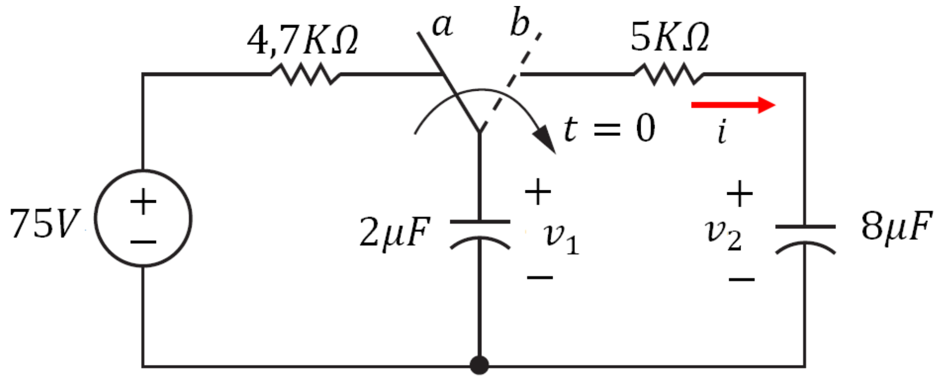
b) A energia armazenada no capacitor em $t = 0$

c) A energia final armazenada no circuito e a energia total dissipada no resistor de $5K\Omega$ se a chave permanecer indefinitivamente na posição b.



**Exercício:**

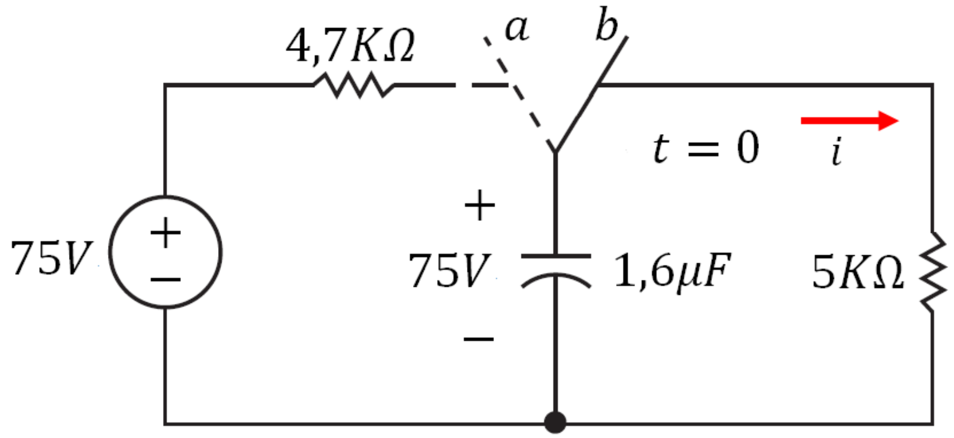
$$C_{eq} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-6} + 8 \cdot 10^{-6}} = 1{,}6\mu F \;\; e\; V_o = 75V$$




$$i(t) = i(\infty) + \left(i(0) - i(\infty)\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = 0 + \left(\frac{75}{5 \cdot 10^3} - 0\right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad onde\ \tau = RC = 8ms$$

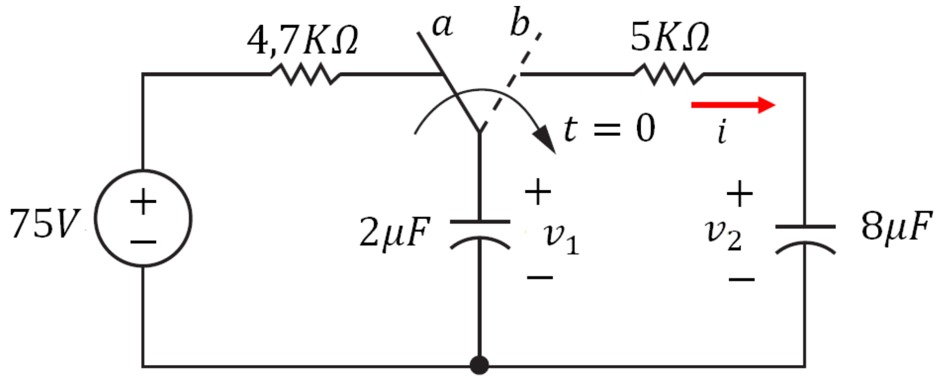
$$\frac{1}{\tau} = 125$$




$$i(t) = 15 \cdot e^{-125t} mA$$

**Exercício:**

$$i(t) = 15 \cdot e^{-125t} mA \qquad v(t) = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt + V_o$$



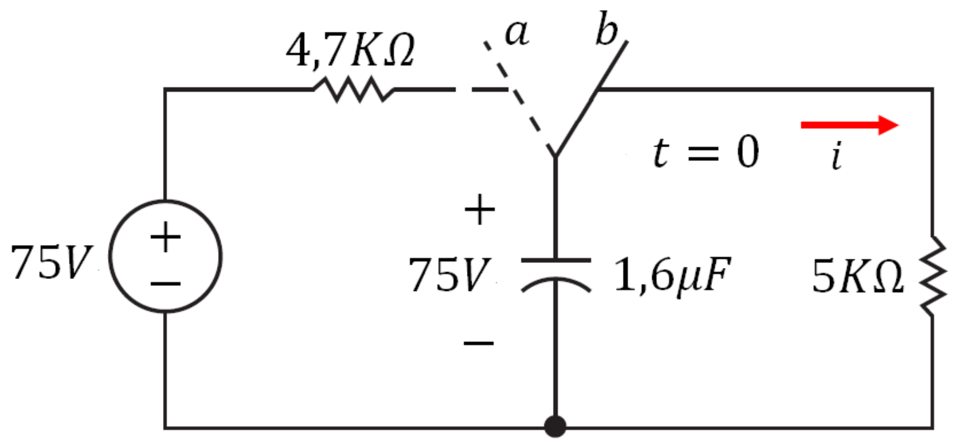

$$v_1(t) = -\frac{1}{2 \cdot 10^{-6}}\int_0^t 15 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-125t} dt + 75$$

**Sinal negativo de acordo com a convenção passiva

$$\boldsymbol{v_1(t) = 60 \cdot e^{-125t} + 15V}$$

$$v_2(t) = \frac{1}{8 \cdot 10^{-6}}\int_0^t 15 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-125t} dt + 75$$

$$\boldsymbol{v_2(t) = -15 \cdot e^{-125t} + 15V}$$



# Revisão

**Exercício:**

$$v_1(t) = 60 \cdot e^{-125t} + 15V$$

$$v_2(t) = -15 \cdot e^{-125t} + 15V$$

$v_1(0^+) = 75V$ $\quad$ $v_2(0^+) = 0V$

$v_1(\infty) = 15V$ $\quad$ $v_2(\infty) = 15V$

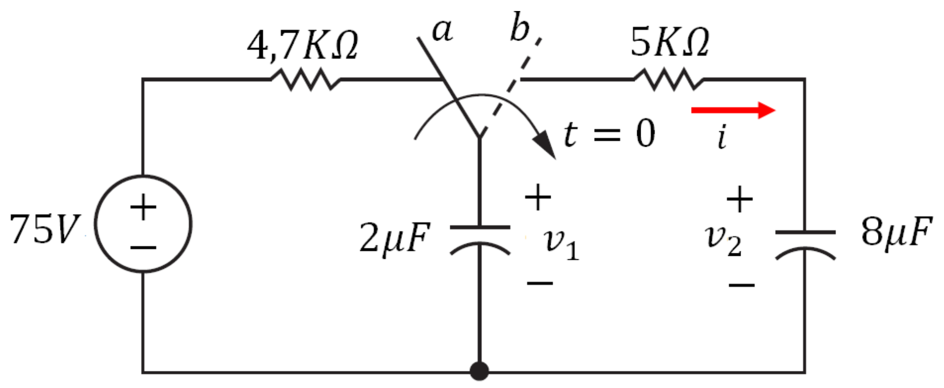
**Energia inicial**

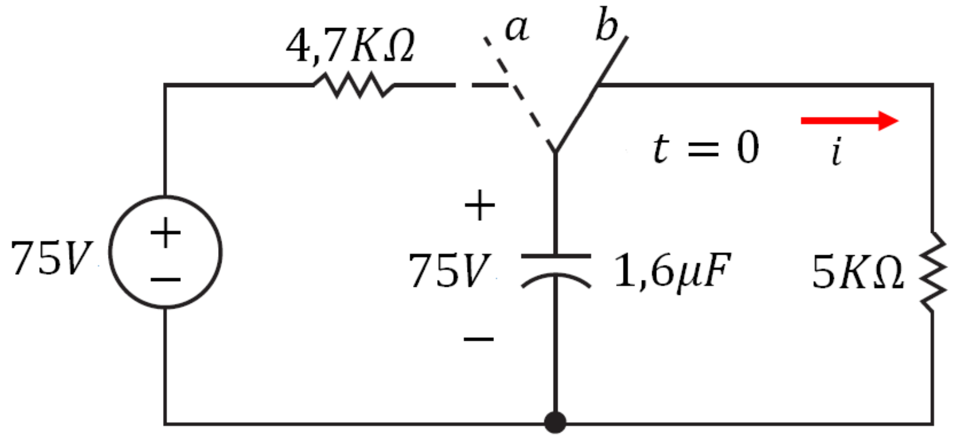
$$w_{2\mu}(0) = \frac{C \cdot v^2}{2} = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 75^2}{2} = 5625\mu J$$

**Energia armazenada nos capacitores**

$$w_{2\mu}(\infty) = \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 15^2}{2} = 225\mu J$$

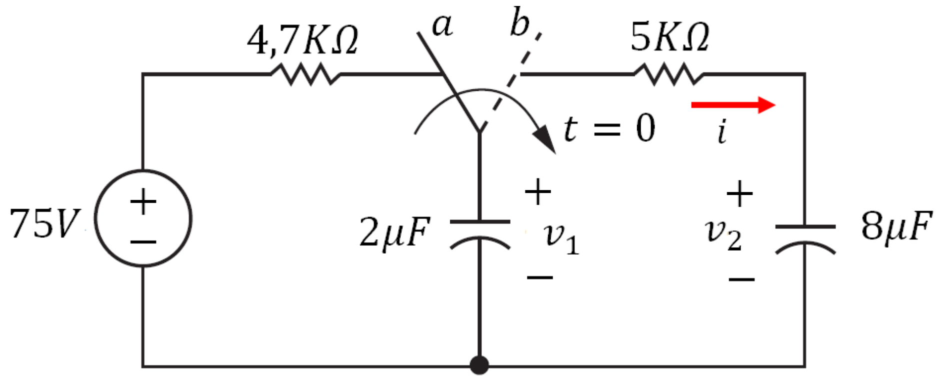
$$w_{8\mu}(\infty) = \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 15^2}{2} = 900\mu J$$



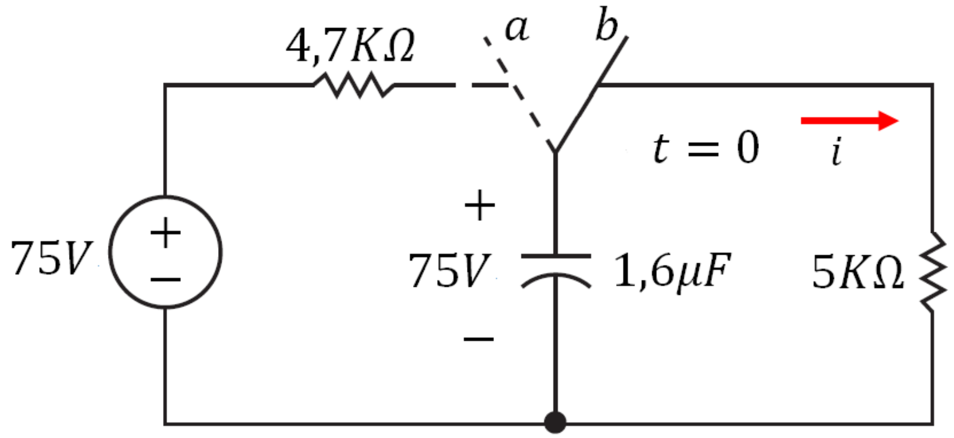
**Exercício:**

**Energia dissipada pelo resistor =**
**Energia inicial –**
**Energia armazenada nos capacitores**




$$w_{diss} = 5625\mu - (225\mu + 900\mu) = 4500\mu J$$

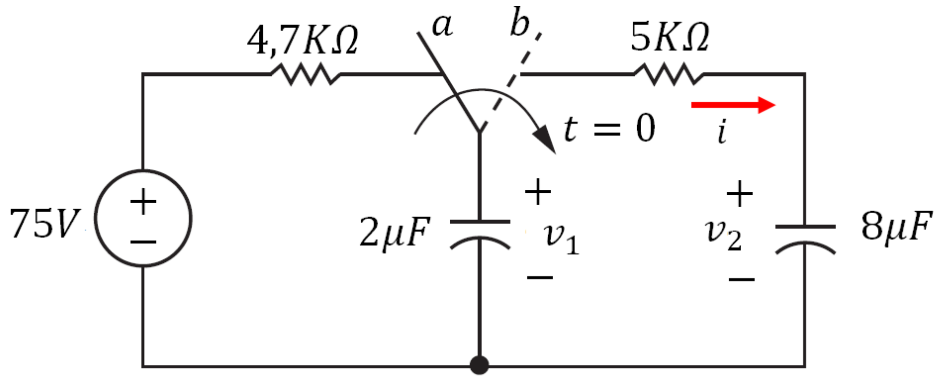
OU




$$w_{diss} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot 75^2}{2} = 4500\mu J$$

**Exercício:**

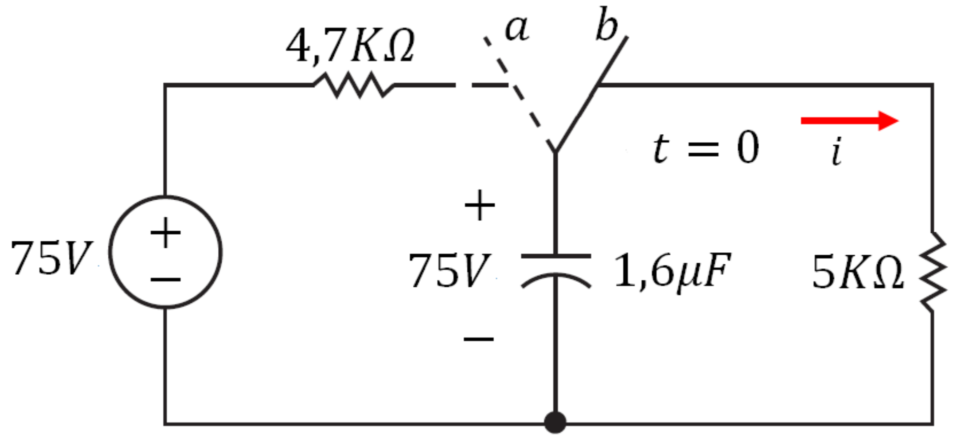
**Energia dissipada pelo resistor =**
**Energia inicial –**
**Energia armazenada nos capacitores**




$$w_{diss} = 5625\mu - (225\mu + 900\mu) = 4500\mu J$$

OU

$$w_{diss} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-6} \cdot 75^2}{2} = 4500\mu J$$



# Revisão - Números complexos

**Retangular $\rightarrow$ Polar**

Temos:
$z = x + jy$

Queremos:
$z = r\angle\phi$

$$\boldsymbol{r = \sqrt{x^2 + y^2}}$$
$$\boldsymbol{\phi = \text{atan}\left(\frac{y}{x}\right)}$$

**Polar $\rightarrow$ Retangular**

Temos:
$z = r\angle\phi$

Queremos:
$z = x + jy$

$$\boldsymbol{x = r \cdot cos(\phi)}$$
$$\boldsymbol{y = r \cdot \text{sen}(\phi)}$$

Como a forma exponencial utiliza as relações polares, assim:

**Retangular $\rightarrow$ Exponencial**

Transformar para polar e:

$$\boldsymbol{z = r \cdot e^{j\phi}}$$

**Polar $\rightarrow$ Exponencial**

Apenas colocar na forma:

$$\boldsymbol{z = r \cdot e^{j\phi}}$$

# Revisão - Números complexos

Adição e subtração → **forma retangular**
Multiplicação e divisão → **forma polar**

$$\boldsymbol{z_1 = x_1 + jy_1 = r_1 \angle \phi_1}$$

$$\boldsymbol{z_2 = x_2 + jy_2 = r_2 \angle \phi_2}$$

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_x) + j(y_1 + y_2)$$

$$z_1 - z_2 = (x_1 - x_x) + j(y_1 - y_2)$$

$$\frac{1}{j} = -j$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \angle(\phi_1 + \phi_2)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle(\phi_1 - \phi_2)$$

$$\sqrt{z_1} = \sqrt{r_1} \angle\left(\frac{\phi_1}{2}\right)$$

# Revisão - AC

**Impedância representa a oposição que um circuito oferece ao fluxo de corrente senoidal**

Impedância e admitância de elementos passivos

| Elemento | Impedância | Admitância |
|---|---|---|
| $R$ | $\mathbf{Z} = R$ | $\mathbf{Y} = \dfrac{1}{R}$ |
| $L$ | $\mathbf{Z} = j\omega L$ | $\mathbf{Y} = \dfrac{1}{j\omega L}$ |
| $C$ | $\mathbf{Z} = \dfrac{1}{j\omega C}$ | $\mathbf{Y} = j\omega C$ |

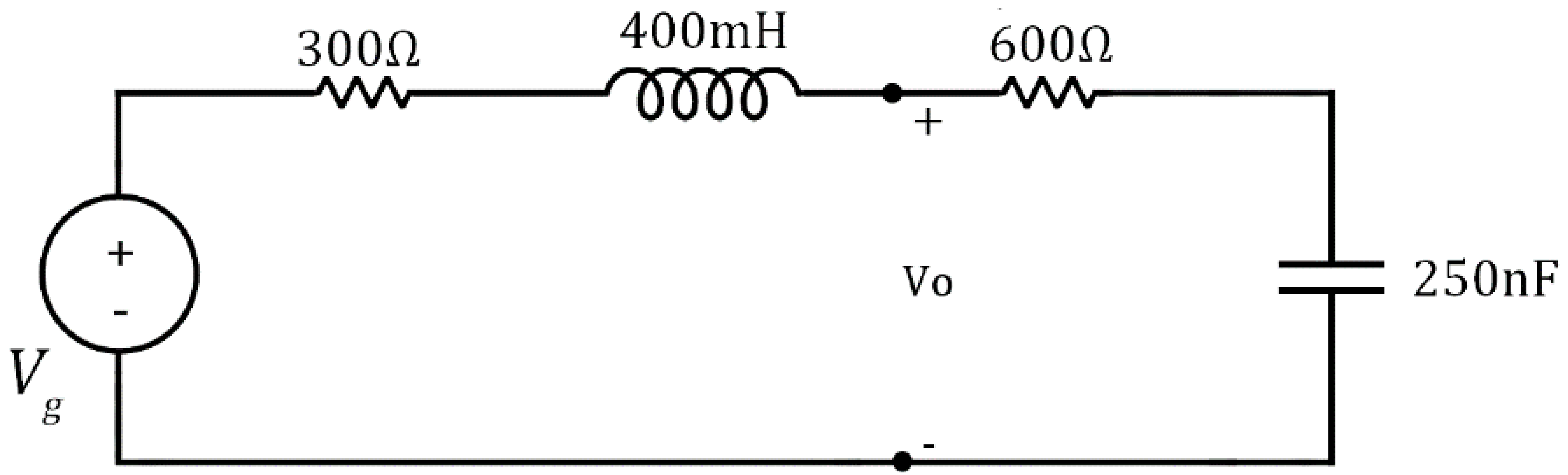

Curto circuito em CC
$(w \rightarrow 0)$

Circuito aberto
em alta frequência
$(w \rightarrow \infty)$

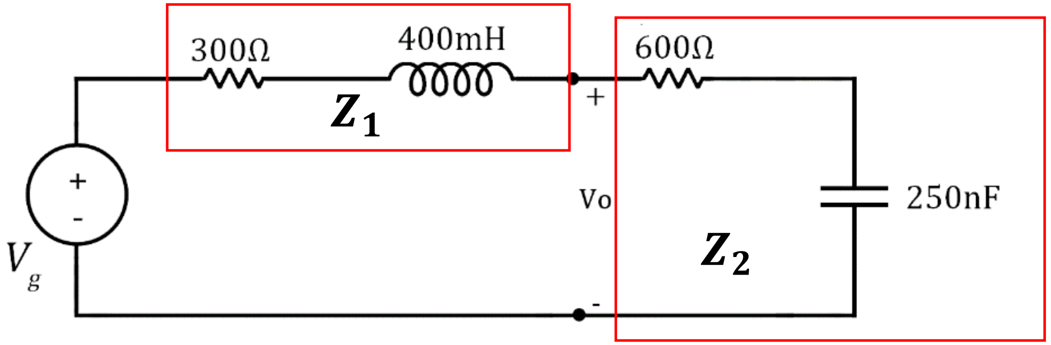

Circuito aberto em CC
$(w \rightarrow 0)$

Curto circuito
em alta frequência
$(w \rightarrow \infty)$

**Exercício:** Use o conceito da divisão de tensão para determinar a expressão de regime permanente para $v_o(t)$ se $v_g(t) = 75 \cdot \cos(5000t)\, V$.



**Exercício:** Use o conceito da divisão de tensão para determinar a expressão de regime permanente para $v_o(t)$ se $v_g(t) = 75 \cdot \cos(5000t)\,V$.




$$Z_1 = 300 + j2000 \qquad Z_2 = 600 - j800$$

$$\mathbb{V}_o = \mathbb{V}_g \cdot \frac{Z_2}{Z_2 + Z_1}$$

$$\mathbb{V}_o = 75\angle 0^o \cdot \frac{600 - j800}{(600 - j800) + (300 + j2000)}$$

$$\mathbb{V}_o = 75\angle 0^o \cdot \frac{600 - j800}{900 + j1200}$$

$$\mathbb{V}_o = 75\angle 0^o \cdot \frac{\sqrt{600^2 + (-800)^2}\angle \operatorname{atan}\left(-\frac{800}{600}\right)}{\sqrt{900^2 + 1200^2}\angle \operatorname{atan}\left(\frac{1200}{900}\right)}$$

$$\mathbb{V}_o = 75\angle 0^o \cdot \frac{1000\angle -53{,}13^o}{1500\angle 53{,}13^o}$$

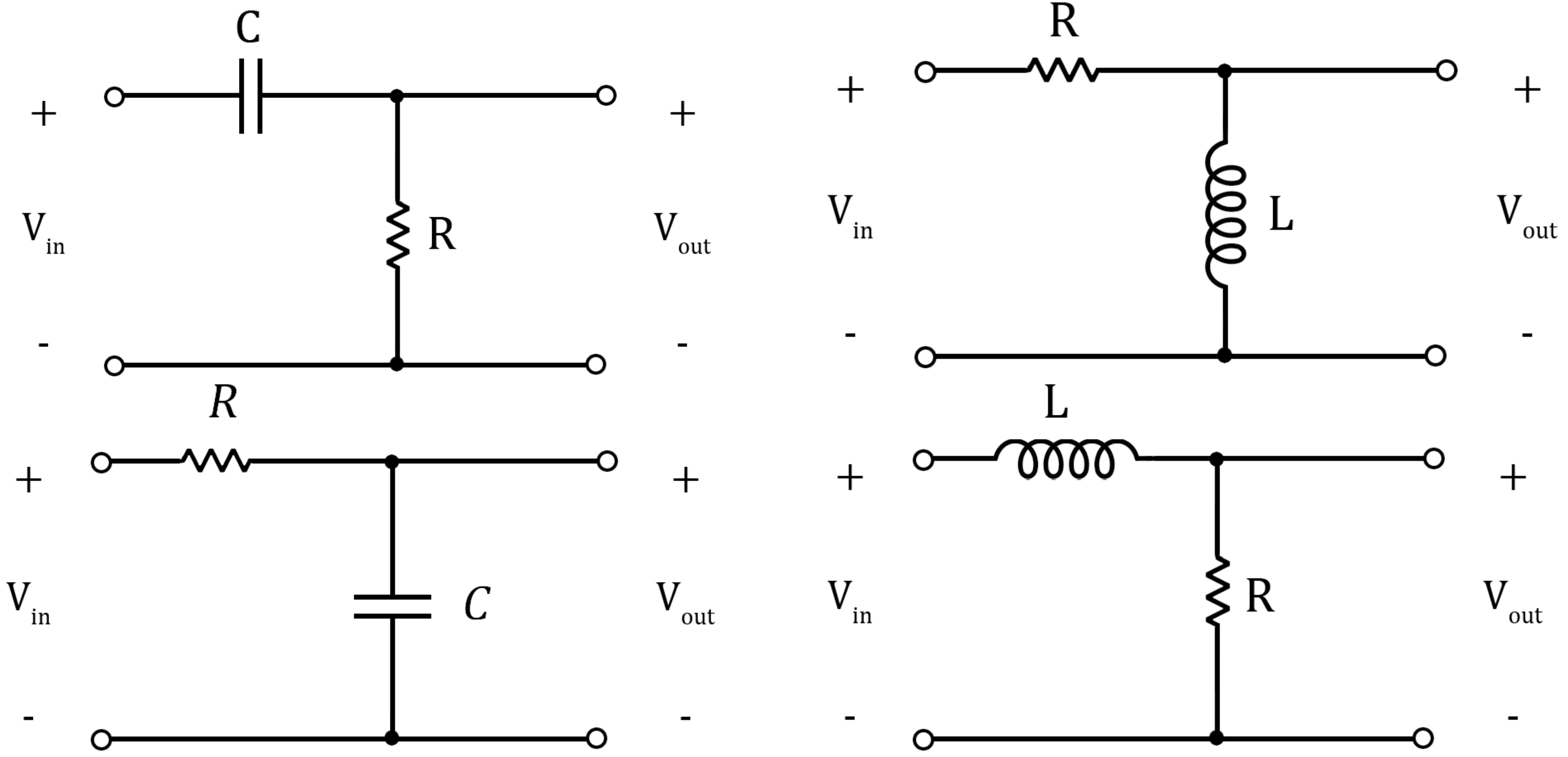
$$\mathbb{V}_o = \left(75 \cdot \left(\frac{1000}{1500}\right)\right)\angle 0^o + \left(-53{,}13^o - 53{,}13^o\right)$$

$$\mathbb{V}_o = 50\angle -106{,}26^o$$

$$\boldsymbol{v_o(t) = 50 \cdot \cos(5000t - 106{,}26^o)V}$$

# Revisão - AC

**Exercício:** Usando um capacitor de 20nF projete um filtro passa altas com frequência de corte igual a 800Hz.



**Exercício:** Usando um capacitor de 20nF projete um filtro passa altas com frequência de corte igual a 800Hz.

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

$$800 = \frac{1}{2\pi R \cdot 20 \cdot 10^{-9}}$$

$$\boldsymbol{R = \frac{1}{2\pi \cdot 800 \cdot 20 \cdot 10^{-9}} = 9,95K\Omega}$$